



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PRODUÇÃO ANIMAL NA
AMAZÔNIA**

GABRIELA DE JESUS COELHO

**EQUAÇÕES MATEMÁTICAS PARA ESTIMAR A PRODUÇÃO DE LEITE DE
BÚFALAS**

**PARAUAPEBAS
2019**

GABRIELA DE JESUS COELHO

**EQUAÇÕES MATEMÁTICAS PARA ESTIMAR A PRODUÇÃO DE LEITE DE
BÚFALAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural da Amazônia, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Produção Animal na Amazônia, para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Profº. Dr. Raylon Pereira Maciel

Coorientadores: Profº. Dr. Rafael Mezzomo
e Profº. Dr. João Paulo Pacheco Rodrigues

Dados internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

Biblioteca Universitária Campus de Parauapebas

Coelho, Gabriela de Jesus

Equações matemáticas para estimar a produção de leite de búfalas / Parauapebas.- 2019.

38 f.:il.

Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Produção Animal na Amazônia.) – Universidade Federal Rural da Amazônia, Campus de Parauapebas, 2019.

Orientador Prof Dr Raylon Pereira Maciel

1.Bubalino - Produção de leite 2.Curva de lactação 3.Murrah 4.Produção animal I.Maciel, Raylon Pereira, (Orient.) II. Título

CDD 23.ed - 636.293

GABRIELA DE JESUS COELHO

**EQUAÇÕES MATEMÁTICAS PARA ESTIMAR A PRODUÇÃO DE LEITE DE
BÚFALAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural da Amazônia, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Produção Animal na Amazônia, para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Profº. Dr. Raylon Pereira Maciel

Coorientadores: Profº. Dr. Rafael Mezzomo e Profº. Dr. João Paulo Pacheco Rodrigues

Aprovado em: 31/07/2019

BANCA EXAMINADORA

Profº Dr. Raylon Pereira Maciel

Orientador

Universidade Federal Rural da Amazônia – UFRA

Profº Dr. Cássio Pinho dos Reis

Universidade Federal Rural da Amazônia – UFRA

Dr. Julián Andrés Castillo Vargas

Universidade Federal Rural da Amazônia – UFRA

Profº Dr. Alencariano José da Silva Falcão

Universidade Federal do Tocantins – UFT

“O período de maior ganho em conhecimento e experiência é o período mais difícil da vida de alguém.”

Dalai Lama

A minha mãe, Vanessa Crisóstomo

Por todo amor, incentivo e por ter me possibilitado realizar meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Raylon Pereira Maciel, pela compreensão, ensinamentos. Exemplo de educador e pessoa.

Ao professor e coorientador, João Paulo, pela paciência, ajuda e dedicação. Você foi de essencial para a produção desse trabalho.

Ao professor e coorientador, Rafael Mezzomo, por toda ajuda desde a graduação.

A Tapuio Agropecuária Ltda., na pessoa do Sr. Veloso, por conceder os dados o que tornou possível a realização deste trabalho.

Aos técnicos da UFRA, Patrick, Beatriz, Francisco, Stefani, Gilberto, Irã, Guilherme, por todas as vezes que me ajudaram.

Ao meu padasto, Marcelo e minha mãe, Vanessa, pelos conselhos, pelo apoio e por possibilitarem a conclusão de mais uma etapa profissional.

Aos meus irmãos Yasmin, Éder e Marcela, que estão sempre comigo e são meus melhores amigos.

Ao meu namorado, Tiago, por todo carinho, amor, apoio, compreensão e paciência durante esse tempo.

Ao Programa de Pós-Graduação em Produção Animal na Amazônia da Universidade Federal Rural da Amazônia, pela oportunidade de realização do mestrado.

Ao Núcleo de Estudos em Forragicultura e Animais Ruminantes, NEFAR, a qual faço parte por toda ajuda concedida, principalmente a Sthefany, Cassiellem e Sara que me ajudaram muito com a tabulação dos dados.

Aos meus amigos, Sarah e Álvaro, pela amizade e companheirismo desde a graduação.

Aos meus amigos, Ícaro, Naty, Day, Sandra e Harry, pela convivência diária, pela amizade, por sempre tirarem dúvidas e compartilharem momentos bons e ruins de pós-graduando.

Ao meu companheiro de experimento, Wildiney Freire, pelo aprendizado, por ajudar sempre que possível, pelos ensinamentos e conselhos, por compartilhar conhecimento e pela experiência do experimento.

A FAPESPA, pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

1. CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.1. Panorama da bubalinocultura leiteira.....	1
1.2. Curva de lactação	2
1.1.1. Fatores que influenciam na produção de leite	3
1.3. Modelos matemáticos	4
1.4. Critérios estatísticos para avaliar equações	5
1.4.1. Erro quadrático médio e raiz do erro quadrático médio	5
1.4.2. Erro quadrático médio de predição	5
1.4.3. Coeficiente de correlação de concordância	6
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	8
Equações matemáticas para estimar a produção de leite de búfalas.....	1
RESUMO.....	1
1. Introdução	2
2. Material e Métodos.....	3
2.1 <i>Conjunto de dados e manejo geral da fazenda</i>	3
2.2 <i>Padronização dos dados e seleção das equações</i>	4
2.3 <i>Ferramentas de avaliação dos modelos</i>	4
3. Resultados	6
4. Discussão	6
5. Conclusão	8
6. Referências	9

1. CONTEXTUALIZAÇÃO

1.1. Panorama da bubalinocultura leiteira

A espécie *Bubalus bubalis*, búfalo doméstico, apresenta alta rusticidade e capacidade de adaptação. São oriundos do continente asiático, onde foram posteriormente levados à África, Europa, Oceania e América (DAMÉ, 2006). Os búfalos são animais domesticados desde 2.500 e 1400 a.C., sendo considerados animais de dupla aptidão, utilizados para produção de carne e leite, além da utilização para tração (BERNARDES, 2011).

A população mundial de bubalinos é de aproximadamente 200,9 milhões com maior concentração na Índia com 113,3 milhões de cabeças, seguido do Paquistão, China e Nepal com 37,7, 23,4 e 5,1 milhões de cabeças, respectivamente. Sendo estes países os principais produtores de leite de búfala do mundo (FAO, 2018). O rebanho bubalino brasileiro apresenta aproximadamente 1,3 milhões de cabeças, com destaque para os estados do Pará com 493,7 mil cabeças, seguido do Amapá, Amazonas e São Paulo com 223,8, 68,4 e 68,3 cabeças de búfalos, respectivamente (IBGE, 2018).

No ano de 2012 a produção mundial de leite de todas as espécies (bovino, ovino, caprino e bubalinos) alcançou 769,7 milhões de toneladas, a qual 13,0% correspondem a produção de búfala. A produção de leite de búfala ocupa o segundo lugar com 100,7 milhões de toneladas, ficando atrás da produção de leite de vaca com 637,2 milhões de toneladas (IDF, 2013).

A introdução no Brasil aconteceu no final do século XIX, com a chegada pequenos lotes de búfalos provenientes da Ásia, Europa (Itália) e Caribe. No Pará, na região da Ilha do Marajó foram importados animais da raça Carabao que se desenvolveram devido a facilidade de adaptação em ambientes diversos, como pastagens nativas de baixa produtividade (BERNARDES, 2007).

A cadeia leiteira da bubalinocultura tem sido uma alternativa promissora em países da América Latina. Desse modo, a atividade ainda precisa adotar técnicas de manejo que facilitem a avaliação do desempenho dos rebanhos. Uma técnica prática e consistente para a realização desse controle é por meio da utilização do estudo de curvas de lactação, que representam a produção de leite durante o tempo de cada lactação (SCORSATO et al., 2014).

1.2. Curva de lactação

A produção de leite diária desde o parto até a secagem pode ser representada graficamente na curva de lactação, que é composta por três fases: ascendente, pico e descendente (Figura 1). A fase ascendente representa a produção inicial crescente, desde o parto até atingir o ponto máximo (pico de lactação); o pico da lactação é a produção máxima observada durante toda lactação; e a fase descendente representa o declínio, que se estende até o final da produção (REBOUÇAS et al., 2008). A persistência da lactação é determinada pela maneira que ocorre o declínio após o pico de lactação. Para que haja maior persistência, é desejável que a queda após o pico seja suave, pois esta é a característica de maior importância, visto que está diretamente ligada aos fatores econômicos da produção leiteira (ZADRA, 2012; CRUZ et al., 2016).

Figura 1. Representação da curva de lactação típica



Fonte: (JACOPINI, 2012).

A forma da curva de lactação é influenciada pela ordem de lactação, que em primíparas ocorre um pico menos definido, que está associada à alta variação no início da lactação. O pico de lactação na primeira paridade ocorre por volta dos 60 dias de lactação, a partir da segunda paridade o pico ocorre próximo aos 30 dias de lactação, com aumento da produção no pico em cada parição (HOSSEIN-ZADEH, 2015).

A curva de lactação representa uma ferramenta valiosa para estudos básicos visando aumentar o conhecimento científico dos mecanismos fisiológicos que fundamentam o processo de produção do leite, além disso possibilita estimar o rendimento diário da produção de leite com o mínimo de erros, levando em consideração os fatores climáticos, biológicos, entre outros. Ainda, a curva pode ser utilizada

estrategicamente no controle nutricional dos animais nas diferentes fases de produção, contribuindo para a redução de custos (DIMAURO et al, 2005; SILVA et al., 2010). Silva et al. (2010), afirmam que conhecer a forma da curva de lactação permite a avaliação do animal antes do fim da lactação, possibilitando uma maior economia de tempo e custos, além e auxiliar na decisão de descarte e seleção, baseando-se no desvio entre a curva padrão e a estimada para cada animal, otimizando o sistema leiteiro.

1.1.1. Fatores que influenciam na curva de lactação

A forma da curva de lactação pode ser influenciada pela ordem de parto (GALVÃO JÚNIOR et al., 2010), época de parição e estacionalidade (LEE & KIM, 2006). Em estudo realizado no Brasil, as búfalas apresentaram menor produção no período da seca, comparado a estação chuvosa (TAVEIRA et al., 2017). Na Itália, Catillo et al. (2002) observaram influência da estação de parto sobre a produção na fase inicial da lactação. Animais que pariram no verão apresentaram produção inferior as que pariram no inverno, o que pode ser correlacionada a estacionalidade forrageira, a qual apresenta neste período menor disponibilidade e qualidade, provocando flutuações produtivas.

Há um aumento em dias de lactação e na produção de leite e até a quinta ordem de parição e declínio na produção a partir da sexta parição. A condição corporal durante o início da lactação, diminui com o aumento da produção leiteira e pode ser agravada com o aumento da ordem de lactação (LEE & KIM, 2006; GALVÃO JÚNIOR et al., 2010). Segundo Taveira, et al. (2017), no Brasil, búfalas a partir da segunda ordem de lactação apresentaram maior produção que as primíparas, com diferença de 1 kg/d. Acredita-se que isso ocorra em decorrência da maior maturidade desses animais, pois o sistema mamário é estimulado até alcançar a maturidade fisiológica e iniciar o decréscimo de produção pelo desgaste do organismo (SAMPAIO NETO et al., 2001).

Dessa forma, a variabilidade apresentada durante a produção de leite diária é a resposta da biologia da curva de lactação, justificando o estudo das diversas curvas e parâmetros biológicos que explicam a variação existente nas curvas de lactação durante toda produção leiteira (AZEVEDO JUNIOR, 2014). Logo, a utilidade dos modelos que descrevem as curvas de lactação, dependem do quanto estes conseguem se ajustar ao valor real de produção em resposta aos fatores climáticos, genéticos, ordem de lactação, entre outros.

1.3. Modelos matemáticos

Na literatura é possível encontrar diversos estudos relacionados a comparação de modelos matemáticos que descrevem a curva de lactação (MACIOTTA, 2006; ABDEL-SALAM et al., 2011; SAHOO et al., 2014; HOSSEIN-ZADEH et al., 2015; SINGH et al., 2015; SAHOO et al., 2016; SOYSAL et al., 2016; DEZFULI & BABAEI, 2018). Tais modelos são usualmente expressos em termos de funções lineares, intrinsecamente lineares ou não lineares (SANTOS, 2013).

Geralmente, utiliza-se modelos matemáticos não lineares para descrever as curvas de lactação, uma vez que apresentam parâmetros que estão relacionados a taxas crescentes e decrescentes da curva, responsáveis pela expressão da influência dos fatores sobre a resposta medida em questão (PEREIRA et al., 2016).

Para descrever o comportamento da produção de leite durante a lactação têm sido proposto vários modelos matemáticos em bovinos (BRODY et al., 1923; BRODY et al., 1924; WOOD, 1967; SIKKA, 1950; DHANOA, 1981; JENKINS & FERRELL, 1984), caprinos (MCMANUS et al., 2003; GUIMARÃES et al., 2006), ovinos (SAKUL & BOYLAN, 1992; SARMENTO et al., 2006) e bubalinos (DAVE, 1971).

O modelo de Brody et al. (1923) representada em: $y = ae^{-ct}$, foi um dos primeiros modelos utilizados para descrever as curvas de lactação, o qual, segundo Wood (1967), não proporciona ajuste adequado, pois não considera o pico de lactação. Por sua vez, sugeriu a função gama incompleta, na literatura, a função mais conhecida para ajuste das curvas de lactação, sendo: $y(t) = at^be^{-ct}$. O único modelo proposto para descrever a curva de lactação de búfalas, é a equação quadrática de Dave (1971), representada em: $y = a + bt - ct^2$. Em que, considera-se “y” a produção total do leite no instante “t”, sendo “t” o tempo decorrido do parto até a data do controle leiteiro, e “a”, “b” e “c” os parâmetros específicos de cada modelo, com características variáveis da forma da curva de lactação.

Baseado no modelo matemático aplicado na descrição da curva de lactação alguns parâmetros podem ser calculados sendo eles: tempo de pico, produção no pico e persistência da lactação (BIANCHINI SOBRINHO, 1984). Através desses valores é possível estimar a produção leiteira em dias de lactação, possibilitando a utilização dessa equação como ferramenta de manejo. Desse modo, é necessário avaliar se a equação consegue expressar com acurácia o valor de produção. Por isso, as equações passam por processos de análises estatísticas para que possam ser validadas.

1.4. Critérios estatísticos para avaliar equações

Os testes estatísticos são instrumentos para validar ou rejeitar hipóteses de modelagem de um sistema real. A finalidade desses testes é determinar seu grau de certeza (ou confiabilidade) e o significado do resultado obtido. Este tipo de validação é aplicado em casos em que seja possível obter dados experimentais para serem comparados com os dados simulados do modelo construído (MORALES ALVARADO & GARCIA, 2018). Algumas dessas análises são descritas a seguir:

1.4.1. Erro quadrático médio e raiz do erro quadrático médio

Em modelagem, o erro quadrático médio (EQM) é utilizado para determinar a medida em que o modelo não se ajustou aos dados. O ideal é que o erro quadrático médio seja zero, significa que o estimador prevê observações com precisão perfeita, mas na maioria das situações nunca é possível, portanto valores próximos a zero são ideais para indicar uma boa precisão. O EQM é representado em:

$$EQM = \frac{\sum_{i=0}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n},$$

em que: Y_i é o valor observado, $\hat{Y}_i$ o valor predito e n o número total de observações. Tirar a raiz quadrada de EQM produz o desvio quadrático médio, uma outra boa medida de precisão, é representado em:

$$REQM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}},$$

em que: Y_i é o valor observado, $\hat{Y}_i$ o valor predito e n o número total de observações.

1.4.2. Erro quadrático médio de predição

O erro médio de predição é definido em:

$$EQMP = (\bar{P} - \bar{O})^2 + (S_P - r_c \times S_O)^2 + (1 - r_c^2) \times S_O^2,$$

em que:

$\bar{P}$ é a média da produção de leite prevista;

$\bar{O}$ é a média da produção de leite observada;

S_P é o desvio padrão da produção de leite prevista;

S_O é o desvio padrão da Produção de Leite observada;

r_c é o coeficiente de correlação da regressão linear previsto e observado da produção de leite.

Os três termos do EQMP são geralmente divididos pelo total do EQMP para obter as proporções de desigualdade do EQMP (THEIL, 1961). Essa abordagem facilita a identificação de áreas que precisam de melhorias ou são afetadas por certas mudanças no modelo (TEDESCHI, 2006).

O primeiro termo apresenta a tendência central do erro ou viés. Representado em:

$$ECT_{\%} = 100 \times \frac{(\bar{P} - \bar{O})^2}{EQMP}$$

O segundo termo apresenta o erro de inclinação da regressão. Representado em:

$$ER_{\%} = 100 \times \frac{(S_P - r_c \times S_O)^2}{EQMP}$$

O terceiro termo apresenta o erro aleatório, ou seja, variância inexplicada pela regressão linear, este último termo pode ser um bom indicador de falta de ajuste. Representado em:

$$ED_{\%} = 100 \times \frac{(1 - r_c^2) \times S_O^2}{EQMP}$$

1.4.3. Coeficiente de correlação de concordância

Uma questão importante a ser abordada na avaliação da validade do modelo é se os valores previstos pelo modelo forem acurados e precisos ao mesmo tempo e se são fortemente associados ao longo da linha de unidade. O coeficiente de correlação de concordância (LIN, 1989), também conhecido como índice de reprodutibilidade, foi sugerido para explicar simultaneamente acurácia e precisão, quanto mais próximo de 1, maior será a reprodutibilidade. Representado em:

$$CCC = r_c \times C_b ,$$

em que: r_c é o coeficiente de correlação previsto e observada da produção de leite, que representa a precisão e C_b é o fator de correção do viés que indica o quanto a linha de regressão se desvia da inclinação da unidade (45°), medida de acurácia, calculado da seguinte forma:

$$C_b = \frac{2}{\left(\frac{S_O}{S_P} + \frac{S_P}{S_O} + \frac{\bar{O} - \bar{P}}{\sqrt{S_P \times S_O}} \right)} ,$$

em que: S_o é o desvio padrão observado da produção de leite, S_p é o desvio padrão predito da produção de leite, $\bar{O}$ é a média observada da produção de leite e $\bar{P}$ é a média prevista da produção de leite.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDEL-SALAM, S., MEKKAWY, W., HAFEZ, Y.M., ZAKI, A., ABOU-BAKR MAHMOUD, S. Fitting lactation curve of Egyptian buffalo using three different models. **Egyptian Journal of Animal Production**, v.48, p.119–133, 2011.

AZEVEDO JUNIOR, J. **Ajuste de curvas de lactação de vacas da raça holandesa de rebanhos do estado de Minas Gerais**. Tese (Doutorado em Produção Animal). Universidade Federal de Lavras, 2014.

BERNARDES, O. Bubalinocultura no Brasil: situação e importância econômica. **Revista Brasileira de Reprodução Animal**, Belo Horizonte, v. 31, n. 3, p.293-298, 2007.

BERNARDES, O. Integração, associativismo e arranjos na cadeia produtiva da bubalinocultura: situação atual e perspectivas. In: Simpósio da Cadeia Produtiva da Bubalinocultura, 2, 2011, Botucatu, SP. **Anais...** Botucatu: SCPB, p.1-13, 2011.

BIANCHINI SOBRINHO, E.; DUARTE, F.A.M. ; LOBO, R. B. . Linear Hiperbolic Lactation Curves. **Brazilian Journal of Genetics**, v.2, p.271-280, 1986.

BRODY, S. A.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. **Journal of General Physiology**, v.5, p.441-444, 1923.

BRODY, S.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **The Journal of General Physiology**, v.6, p.541-545, 1924.

CATILLO, G.; MACCIOTTA, N. P. P.; CARRETTA, A.; CAPPIO-BORLINO, A. Effects of age and calving season on lactation curves of milk production traits in Italian Water Buffaloes. **Journal of Dairy Science**, v.85, n.5, p.1298-1306, 2002.

CRUZ, D.A.C.; SAVEGNAGO, R.P.; SANTANA, A.B.B.; PEIXOTO, M.G.C.D.; BRUNELI, F.A.T.; EL FARO, L. Cluster analysis of breeding values for milk yield and lactation persistency in Guzerá cattle. **Ciência Rural**, v.46, p.1281-1288, 2016.

DAMÉ, M.C.F. **Búfalo: animal de tração**. Pelotas: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, 2006. 24p.

DAVE, B. K. First lactation curve of Indian water buffalo. Jawaharlal Nehru Krishi Vishwa **Vidyalaya Research Journal**, v.5, p.93, 1971.

DEZFULI, B.T., BABAEI, M. Fitting five models to describe milk production curve for Khuzestani buffaloes of Iran in different parities and seasons. **Buffalo Bulletin**, v.37, p.513–526, 2018.

DHANO, M. S. A note on an alternative form of the lactation model of Wood. **Animal Production**, v.32, p.342, 1981.

DIMAURO, C.; CATILLO, G.; BACCIU, N.; MACCIOTTA, N.P.P. Fit of different linear models to the lactation curve of Italian water buffalo. **Italian Journal of Animal Science**, v.4, n. 2, p.22–24, 2005.

FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION – FAO. FAOSTAT: Agriculture data 2018. Disponível em: < <http://www.fao.org/faostat/en/#data/QA>>. Acesso em: 19 ago. 2019.

GALVÃO JÚNIOR, J. G. B; RANGEL, A. H. N.; MEDEIROS, H. R.; SILVA, J. B. A.; AGUIAR, E. M.; MADRUGA, R. C.; LIMA JÚNIOR, D. M. Efeito da produção diária e da ordem de parto na Composição físico-química do leite de vacas de raça Zebuínas. **Acta Veterinária Brasília**, v.4, n.1, p.25-30, 2010.

GUIMARÃES, V. P.; RODRIGUES, M. T.; SARMENTO, J.L.R.; et al. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.35, n.2, p.535-543, 2006.

HOSSEIN-ZADEH, N.G. Comparison of non-linear models to describe the lactation curves for milk yield and composition in buffaloes (*Bubalus bubalis*). **Animal**, v.10, n.2, p. 248-261, 2015.

INTERNATIONAL DAIRY FEDERATION, I. Whole milk. The world dairy situation. Bulletin. 2013.

IBGE – Instituto de Geografia e Estatística. Disponível em:<IBGE 2007 <https://sidra.ibge.gov.br/tabela/959#resultado>>. Acesso em: 03/06/2019.

IBGE – Instituto de Geografia e Estatística. Disponível em:<https://censoagro2017.ibge.gov.br/templates/censo_agro/resultadosagro/pecuaria.html?localidade=0&tema=75659>. Acesso em: 04/06/2019.

JENKINS, T. G. & FERRELL, C. L. A note on lactation curves of crossbred cows. **Animal Production**, v.39, p.479-482, 1984.

LEE, J.Y.; KIM, I.H. Advancing parity is associated with high milk production at the cost of body condition and increased periparturient disorders in dairy herds. **Journal of Veterinary Science**, v.7, n.2, p.161-166, 2006.

LIN, L.I.K. A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility. **Biometrics**, v.45, p.255, 1989.

MACCIOTTA, N.P.P., DIMAURO, C., CATILLO, G., COLETTA, A., CAPPIO-BORLINO, A. Factors affecting individual lactation curve shape in Italian river buffaloes. **Livestock Science**, v.104, p.33–37, 2006.

MCMANUS, C.; SOARES FILHO, G.; MARIANTE, A.S. Fatores que influenciam os parâmetros das curvas de lactação em cabras no Distrito Federal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 32, n. 6, p. 1614-1623, 2003.

MORALES ALVARADO, C.S.; GARCIA, C. Comparison of Statistical Metrics and a New Fuzzy Method for Validating Linear Models Used in Model Predictive Control Controllers. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v.57, p.3666-3666, 2018.

PEREIRA, M. A.; MENEZES, M. L. M.; OLIVEIRA, V. S.; LIMA, M. S.; CARVALHO, C. T. G.; FERREIRA, A. D.. Curvas de lactação de fêmeas mestiças taurino x zebu. **Boletim de Industria Animal**, v. 73, n. 2, p. 118-126, 2016.

REBOUÇAS, G. F.; GONÇALVES, T. M.; MARTINEZ, M.L.; JUNIOR, J. A. Novas funções para estimar a produção de leite em 305 dias de lactação. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 37, n.7, p. 1222-1229, 2008.

SAHOO, S.K. Prediction of Fortnightly Test-Day Milk Yields Using Four Different Lactation Curve Models in Indian Murrah Buffalo. **Advances in Animal and Veterinary Science**, v.2, p.645–649, 2014.

SAHOO, S.K., SINGH, A., GUPTA, A.K., CHAKRAVARTY, A., AMBHORE, G.S., SINGH, M., 2016. Comparison of Four Different Lactation Curve Models for Prediction of Fortnightly Test Day Milk Yields in First Lactation Rathi Cattle. **Indian Journal of Animal Science**, v.86, p.101–103, 2016.

SAKUL, H.; BOYLAN, W. J. Lactation curves for several US Sheep breeds. **Animal Production**, v. 54, p. 229-233, 1992.

SANTOS, E. P. B.; OLIVEIRA, S. M. P.; MONTENEGRO, A. R.; MARTINS, G. A.; CAMPELLO, C. C. Ajustes dos modelos não lineares nas curvas de lactação de vacas mestiças das raças Holandesa e Gir. **Revista Ciência Agronômica**, 2013.

SAMPAIO NETO, J. C.; MANTINS FILHO, R.; LÔBO, R. N. B.; TONHATI, H. Avaliação dos desempenhos produtivos e reprodutivos de um rebanho bubalino no estado do Ceará. *Revista Brasileira de Zootecnia*, v.30, n.2, p.368-373, 2001.

SARMENTO, J. L. R.; REGAZZI, A. J.; SOUSA, W. H.; TORRES, R. A.; BREDAS, F. C.; MENEZES, G. R. O. Comparação dos modelos de regressão não linear no ajuste de curva de crescimento de ovinos Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 35, n. 2, p. 229-233, 2006.

SCORSATO, A. P.; MENARIN, V.; GIOLO, S. R. Curvas de lactação de bovinos da raça Holandesa e Mestiços do município de Castro. **Revista Brasileira Biometria**, v.32, n.2, p.216-225, 2014.

SIKKA, L. C. A study of lactation as affected by breeding and environment. **Journal Dairy Research**, v.17, n.3, p.231-252, 1950.

SILVA, N. A. M.; LIMA, R. R.; SILVA, F. F. E.; AQUINO, L. H.; MUNIZ, J. A. Modelo Hierárquico Bayesiano aplicado na avaliação genética de curvas de crescimento de bovinos de corte. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 62, n. 2, p. 647-654, 2010.

SINGH, M., SINGH, A., GUPTA, A.K., DASH, S.K., GUPTA, A., SAHOO, S.K., DASH, S., SHIVAHRE, P.R., 2015. Comparative Evaluation of Different Lactation Curve Models in Prediction of Monthly Test-Day Milk Yields in Murrah Buffaloes. **Journal of Animal Research**, v.5, p.189, 2015.

TAVEIRA, R. Z.; AMARAL, A. G. A.; CARVALHO, F. E.; MARTINS, T. R.; SILVEIRA NETO, O. J.; CAMPOS, J. C. D. Avaliação de características de tipo e produção de leite em rebanho bubalino. **Revista Espacios**, v.38, n.13, p.22, 2017.

TEDESCHI, L.O. Assessment of the adequacy of mathematical models. **Agricultural Systems**, v.89, p.225–247, 2006.

THEIL, H. Economic forecasts and policy. In: STROTZ, R., TINBERGEN, J., VERDOORN, P.J., WITTEVEEN, H.J. (Eds.), Contributions to Economic Analysis, second ed. North-Holland, Amsterdam, pp. 6–48, 1961.

VEGA, R. S. A.; DEL BARRIO, A. N.; SANGEL, P. P.; KATSUBE, O.; CANARIA, J. C.; HERRERA, J. V.; LAPITAN, R. M.; ORDEN, E. A.; FUJIHARA, T.; KANAI, Y. Eating and rumination behaviour in Brahman grade cattle and crossbred water buffalo fed on high roughage diet. **Animal Science Journal**, v.81, p.574-579, 2010.

WOOD, P. D. P. Algebraic Model of the Lactation Curve in Cattle. **Nature**, v. 216, p.164-165, 1967.

ZADRA, L. F. Persistência da lactação em bovinos leiteiros. **Pesquisa & Tecnologia**, v. 9, n.2, 2012.

Equações matemáticas para estimar a produção de leite de búfalas

Coelho, G.J.^a; Rodrigues, J.P.P.^b; Mezzomo, R.^c; Maciel, R.P.^d

^a Universidade Federal Rural da Amazônia, Pará, Brasil – gabrielajcoelho@gmail.com

^b Universidade Federal Rural da Amazônia, Pará, Brasil – raylonmaciel@gmail.com

^c Universidade do Sul e Sudeste do Pará, Pará, Brasil - joaopaulo0511@hotmail.com

^d Universidade Federal Rural da Amazônia, Pará, Brasil – mezzomo@zootecnista.com.br

Resumo: Objetivou-se avaliar a aplicabilidade de equações para predição da produção de leite de búfalas do rebanho da região Potiguar do Rio Grande do Norte. Foram utilizados 43.441 controles leiteiros, de 812 búfalas da raça Murrah para o conjunto de dados geral, 10.142 controles leiteiros para primíparas e 33.290 para múltiparas da fazenda Tapuia Agropecuária Ltda. A estimativa da produção foi feita pela seleção de trinta e duas equações de dois estudos. Para a escolha da melhor equação, utilizou-se o coeficiente de correlação de concordância (CCC), erro aleatório (ED%), a raiz do erro quadrático médio predito (RMSEP) e a comparação das curvas observadas e estimadas por meio de avaliação gráfica. Foram encontrados valores semelhantes no desempenho das equações para os três conjuntos de dados, com baixos valores de CCC, altos valores de RMSEP e ED%. De acordo com os resultados gráficos obtidos, a equação $\hat{Y} = 10,05 - 5,061e^{-0,05t} - 0,009t$ para o conjunto de dados geral e para as múltiparas e as equações $\hat{Y} = 7,84e^{0,0037(1-e^{-0,00866t})/0,00866-0,0023t}$, $\hat{Y} = 4,28t^{0,203}e^{-0,0024t}$ e $\hat{Y} = 3,66t^{0,2641}e^{-0,00328t}$ para primíparas, foram as que apresentaram melhor ajuste na fase ascendente até o pico de lactação. As equações avaliadas não apresentam ajuste para predição da produção leiteira, considerando a combinação dos critérios estatísticos utilizados.

Palavras-chaves: Curva de lactação; Predição; Murrah

26 1. Introdução

27 O crescente interesse por produtos lácteos de bubalinos ressalta a importância da
28 adoção de técnicas que viabilizam a produção. Desse modo, a utilização do estudo da curva de
29 lactação pode ser uma técnica adotada para facilitar o manejo e a avaliação do desempenho dos
30 rebanhos (Cobuci et al., 2000).

31 A curva de lactação refere-se as mudanças na taxa produção de leite ao longo da
32 lactação em função do tempo a partir do parto (Santos and Silvestre, 2008). O objetivo da
33 descrição matemática de uma curva de lactação é estimar, com maior precisão possível, as
34 mudanças na produção de leite após o parto, fornecendo o conhecimento do padrão de produção
35 em condições variáveis (Msanga et al., 2000). Dessa forma, a curva de lactação está associada
36 as exigências nutricionais dos animais e, portanto, pode ser útil para o conhecimento dos custos
37 de alimentação, que representam um dos gastos mais elevados na produção leiteira (Ghavi
38 Hossein-Zadeh, 2016).

39 Desse modo, equações matemáticas que melhor se ajustam na predição da produção
40 de leite, podem ser úteis para a gestão da propriedade. Tais informações são de grande
41 importância para auxiliar no manejo alimentar em cada estágio de lactação, em programas de
42 melhoramento genético, monitoramento da saúde e avaliação de lucros, além da validação de
43 softwares para espécies pecuárias (Ghavi Hossein-Zadeh, 2016; Tedeschi, 2006). Contudo,
44 muitas equações encontradas na literatura não apresentam ajuste quando utilizadas em
45 condições ambientais variáveis e acabam subestimando ou superestimando a produção
46 (Macciotta et al., 2006; Sahoo, 2014; Singh et al., 2015; S. Sohoo et al., 2016; Soysal et al.,
47 2016). Portanto, a predição da produção de leite de búfalas é muito limitado, implicando na
48 inviabilização da utilização desse recurso nas respostas produtivas (Tedeschi, 2006).
49 Considerando esse fato, levantou-se a hipótese de que as equações disponíveis para predição da

produção de leite de búfalas não se ajustam para rebanho mantido em condições da região Potiguar do Rio Grande do Norte.

Dessa forma, objetivou-se avaliar equações existentes na literatura, geradas em diferentes condições, quanto sua aplicabilidade na predição da produção de leite de búfalas do rebanho da região Potiguar do Rio Grande do Norte.

2. Material e Métodos

2.1 Conjunto de dados e manejo geral da fazenda

Os dados foram obtidos com base nos registros de produção de leite da Fazenda Tapuíro Agropecuária Ltda., localizada na BR 406 Km 25 Zona Rural, no município de Taípu-RN, Brasil, nas coordenadas geográficas de latitude: 5° 37' 18" Sul e longitude: 35° 35' 48" Oeste. A região apresenta clima tropical chuvoso, com estações divididas em seca e chuvosa. Os meses de abril a junho são característicos da estação chuvosa, indicando maior precipitação pluviométrica com média de 727mm ao ano e temperatura média de 25°C (Inmet, 2019).

As búfalas eram ordenhadas duas vezes ao dia, às 5:00 horas e às 14:00 horas em ordenha mecânica obedecendo o manejo sanitário de pré e pós dipping. Os dados de produção de leite foram obtidos através do controle leiteiro armazenados no programa Dairy Mast, utilizado na fazenda. Dessa forma, constituiu-se um banco de dados da produção de leite diária de 812 fêmeas da raça Murrah, do período de 2000 a 2015, com 43.432 registros.

Os animais eram mantidos sob pastejo rotacionado formado por *Panicum maximum* cv. Massai e suplementados no momento da ordenha com concentrado a base de milho e farelo de soja. Na estação de seca, era fornecido aos animais suplementação volumosa à base de palma forrageira.

2.2 Padronização dos dados e seleção das equações

Para evitar erros de amostragem e/ou análise dos dados, foi considerado os dias de lactação a partir do quinto dia até 305 dias de lactação. Búfalas com menos de 5 registros consecutivos ou que não possuíam registro, não foram considerados na análise. Inicialmente o conjunto de dados incluía 54.727 registros de 1.025 animais. Após o ajuste o conjunto de dados incluiu 43.432 registros de 812 animais, sendo 10.142 registros para búfalas de primeiro parto (primíparas) e 33.290 registros para búfalas a partir da segunda lactação (múltiparas).

Foram selecionadas noventa e oito equações de oito trabalhos geradas em diferentes condições para búfalas da raça murrah (Macciotta et al., 2006; Abdel-Salam et al., 2011; García et al., 2013; Ghavi Hossein-Zadeh, 2016; Sahoo, 2014; Singh et al., 2015; S. K. Sohoo et al., 2016; Soysal et al., 2016; Dezfuli and Babaei, 2018). Posteriormente, foi realizada a exclusão de equações baseadas no erro médio de predição maior que duas vezes a média dos valores observados. Além disso, foram excluídas equações em que os valores de máximo e de mínimo não condiziam com os valores biológicos. Após a exclusão das equações, foram utilizadas trinta e uma equações para diferentes ordens de lactação de dois estudos distintos (Ghavi Hossein-Zadeh, 2016; Dezfuli and Babaei, 2018). A equação 10 não foi utilizada na análise do conjunto de dados das primíparas, pois apresentou erro médio de predição maior que duas vezes a média dos valores observados deste conjunto (Tabela 1).

2.3 Critérios de avaliação dos modelos

A metodologia sobre os cálculos e interpretação das estatísticas abaixo são descritas por Tedeschi (2006). Os critérios estatísticos para avaliação e comparação das equações de predição foram:

$$MSEP = (\bar{P} - \bar{O})^2 + (S_P - r_c \times S_O)^2 + (1 - r_c^2) \times S_O^2 \quad (1)$$

Onde o MSEP é o erro quadrático médio predito.

$$RMSEP = \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / n} \quad (2)$$

Em que o RMSEP é a raiz do erro padrão médio predito (MSEP). Onde Y_i é o valor observado, $\hat{Y}_i$ o valor predito e n o número total de observações. Os três termos do MSEP foram decompostos em:

$$ECT_{\%} = 100 \times (\bar{P} - \bar{O})^2 / MSEP, \quad (4)$$

que representa a tendência central do erro ou viés. Onde $\bar{P}$ é a média da produção de leite prevista e $\bar{O}$ é a média da produção de leite observada.

$$ER_{\%} = 100 \times (S_P - r_c \times S_O)^2 / MSEP, \quad (5)$$

o qual representa o erro de inclinação da regressão. Onde S_P é o desvio padrão da produção de leite prevista, S_O é o desvio padrão da produção de leite observada, r_c é o coeficiente de correlação da regressão linear previsto e observado da produção de leite.

O terceiro termo apresenta o erro aleatório. Representado em:

$$ED_{\%} = 100 \times (1 - r_c^2) \times S_O^2 / MSEP, \quad (6)$$

onde r_c é o coeficiente de correlação da regressão linear previsto e observado da produção de leite e S_O é o desvio padrão da produção de leite observada.

O coeficiente de correlação de concordância (Lin, 1989), também conhecido como índice de reprodutibilidade, foi sugerido para explicar simultaneamente acurácia e precisão. Representado em:

$$CCC = r_c \times C_b, \quad (7)$$

em que: r_c é o coeficiente de correlação previsto e observada da produção de leite e C_b é o fator de correção do viés, calculado da seguinte forma:

$$C_b = 2 / ((S_O / S_P) + (S_P / S_O) + (\bar{O} - \bar{P}) / (\sqrt{S_P \times S_O})), \quad (8)$$

em que: S_O é o desvio padrão observado da produção de leite, S_P é o desvio padrão predito da produção de leite, $\bar{O}$ é a média observada da produção de leite e $\bar{P}$ é a média prevista da produção de leite.

Os cálculos foram realizados usando o Software Microsoft Excel. As equações de melhor ajuste foram escolhidas pela combinação de maiores valores de CCC e ED% e menores valores de RMSE e pela avaliação gráfica das curvas observadas e estimadas, sendo as outras complementares para cálculos e interpretações.

As equações também foram avaliadas pela regressão dos resíduos (observados – preditos) em função dos valores preditos, usando o procedimento REG (SAS, 9.4). Regressões com intercepto (viés médio) e inclinação (viés da inclinação) com $p < 0,05$ foram classificadas como equações preditivas potencialmente precisas.

3. Resultados

Todas as equações obtiveram intercepto ou regressor igual a zero ($p < 0,05$), apresentando erro médio significativo em todas as equações. As médias, mínimos e máximos da produção leiteira observada e predita dos conjuntos de dados são apresentados na Tabela 2. As equações 9, 11, 12 e 13 que apresentaram média próxima ao da média observada para o conjunto de dados geral, a equação 10 para o conjunto de dados das múltiparas e as equações 9 e 13 para o conjunto de dados das primíparas.

De modo geral, foram encontrados baixos valores de CCC, altos valores de RMSEP e ED%, no desempenho das equações para os três conjuntos de dados (Tabelas 3, 4, 5).

Na representação gráfica das curvas de lactação estimadas para o conjunto de dados geral e os dados das múltiparas, a equação 24 proporcionou melhor ajuste na fase inicial até o pico de lactação (Figura 1, letra F e Figura 2, letra F). Para as primíparas, as equações 14, 15, 16 e 17 proporcionam ajuste na fase ascendente até o pico de lactação (Figura 3, letra D e E).

4. Discussão

As equações 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 12 subestimaram a produção e não apresentaram definição de curva para os três conjuntos de dados (Figura 1, 2 e 3). A equação 24 superestimou a produção após o pico de lactação, para os conjuntos de dados geral e múltiparas (Figura 1 e

2). Para o conjunto de dados das primíparas as equações 14, 15, 16 e 17 superestimaram a produção após o pico de lactação (Figura 3).

O baixo valor no desempenho das equações quanto ao ajuste em prever a produção de leite de búfalas do rebanho utilizado no estudo pode estar relacionada com a utilização de dados individuais na estimativa da produção, uma vez que alguns estudos utilizam a média de produção por período, o que tende a eliminar a variação dos dados (Guimarães et al., 2006). Tal fato pode ser verificado no estudo realizado por Ghavi Hossein-Zadeh (2016), que gerou e avaliou as equações 9 ($\hat{Y} = 6,66t^{0,0764}e^{-0,00178t}$) e 13 ($\hat{Y} = 7,84e^{0,0037(1-e^{-0,00866t})/0,00866-0,0023t}$) para búfalas do Irã, que apresentaram melhores resultados para RMSEP na terceira paridade com 3,07 e 0,70, respectivamente. Não foi verificado outros estudos avaliando o desempenho dessas equações em condições diferentes das que foram geradas.

Considerando que a genética e o ambiente têm efeitos na estimativa e na capacidade de ajuste das equações (Pérochon et al., 1996), esses fatores podem ter colaborado para o baixo desempenho das equações. Em geral, os estudos sobre avaliação de equações não especificam o sistema de produção, nem relatam o manejo alimentar dos animais. Dessa forma, diferentes estratégias alimentares podem influenciar nas respostas das equações e possivelmente ter contribuído no baixo ajuste das equações no presente estudo (Hifzulrahman et al., 2019; Martinez et al., 2018).

Quando se avaliou as equações através dos gráficos, algumas equações apresentam ajuste em pontos específicos da curva de lactação. Tendo em vista que, assim como a idade, a ordem de lactação e estação de parto, a produção no terço inicial da lactação também afeta a forma da curva de lactação, apresentando menor persistência e redução no período de lactação quando há menor produção inicial (Catillo et al., 2002).

Desse modo, o terço inicial da lactação corresponde ao período de maior importância produtiva. Nessa fase ocorre aumento progressivo da produção até os 60 a 70 dias (pico de produção) levando a produção de aproximadamente 50% do total do leite a ser produzido até os 91 dias de lactação. Pela importância do manejo nutricional nessa fase (M. M. de A. Silva et al., 2010), as equações que melhor se ajustam no terço inicial representam uma alternativa para prever a produção e ajustar o manejo alimentar nessa fase de grande desafio da vaca de leiteira em função da menor capacidade de ingestão de matéria seca e balanço energético negativo (Drackley, 1999).

5. Conclusão

As equações avaliadas não apresentam ajuste para predição da produção leiteira neste conjunto de dados, considerando a combinação dos critérios estatísticos utilizados. No entanto, de acordo com a avaliação gráfica, a equação 24 para o conjunto de dados geral e multíparas e as equações 14, 15, 16 e 17, para as primíparas, apresentam melhor ajuste na fase ascendente até o pico de lactação.

Uma investigação adicional da análise baseada em outros fatores de comparação é fundamental para apresentar o ajuste da curva de lactação completa.

6. Referências

- Instituto Nacional de Meteorologia - INMET. 2019
[<http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=clima/mesTempo>], (accessed 6.26.19).
- Abdel-Salam, S., Mekkawy, W., Hafez, Y.M., Zaki, A., Abou-Bakr Mahmoud, S., 2011.
Fitting lactation curve of Egyptian buffalo using three different models. Egypt. J. Anim.
Prod. 48, 119–133.
- Catillo, G., Macciotta, N.P.P., Carretta, A., Cappio-Borlino, A., 2002. Effects of age and
calving season on lactation curves of milk production traits in Italian water buffaloes. J.
Dairy Sci. 85, 1298–306. [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(02\)74194-5](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(02)74194-5)
- Cobuci, J.A., Euclides, R.F., Verneque, R. da S., Teodoro, R.L., Lopes, P. de S., Silva, M. de
A. e, 2000. Curva de lactação na raça Guzerá. Rev. Bras. Zootec. 29, 1332–1339.
<https://doi.org/10.1590/S1516-35982000000500011>
- Dezfuli, B.T., Babaei, M., 2018. Fitting five models to describe milk production curve for
Khuzestani buffaloes of Iran in different parities and seasons. Buffalo Bull. 37, 513–526.
- Drackley, J.K., 1999. Biology of Dairy Cows During the Transition Period: the Final
Frontier? J. Anim. Sci. 82, 2259–2273. [https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302\(99\)75474-3](https://doi.org/10.3168/jds.S0022-0302(99)75474-3)
- García, Y., Fraga, L.M., Guzmán, G., Mora, M., García, D., Padrón, E., 2013. Estimation of
the mean lactation curve in crossbred female buffaloes (Buffalypso x Carabao). Cuba. J.
Agric. Sci. 47, 131–136.
- Ghavi Hossein-Zadeh, N., 2016. Comparison of non-linear models to describe the lactation
curves for milk yield and composition in buffaloes (*Bubalus bubalis*). animal 10, 248–
261. <https://doi.org/10.1017/S1751731115001846>
- Guimarães, V.P., Rodrigues, M.T., Sarmiento, J.L.R., Rocha, D.T. da, 2006. Utilização de
funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. Rev. Bras. Zootec. 35,
535–543. <https://doi.org/10.1590/S1516-35982006000200028>
- Hifzulrahman, Abdullah, M., Akhtar, M.U., Pasha, T.N., Bhatti, J.A., Ali, Z., Saadullah, M.,
Haque, M.N., 2019. Comparison of oil and fat supplementation on lactation performance
of Nili Ravi buffaloes. J. Dairy Sci. 102, 3000–3009. <https://doi.org/10.3168/jds.2018-15452>
- Idf, 2013. Bulletin of the International Dairy Federation - The world dairy situation 2013
207–208. [https://doi.org/10.1016/S0958-6946\(97\)88755-9](https://doi.org/10.1016/S0958-6946(97)88755-9)
- Lin, L.I.-K., 1989. A Concordance Correlation Coefficient to Evaluate Reproducibility.

- 220 Biometrics 45, 255. <https://doi.org/10.2307/2532051>
- 221 Macciotta, N.P.P., Dimauro, C., Catillo, G., Coletta, A., Cappio-Borlino, A., 2006. Factors
222 affecting individual lactation curve shape in Italian river buffaloes. *Livest. Sci.* 104, 33–
223 37. <https://doi.org/10.1016/J.LIVSCI.2006.03.001>
- 224 Martinez, N., Rodney, R.M., Block, E., Hernandez, L.L., Nelson, C.D., Lean, I.J., Santos,
225 J.E.P., 2018. Effects of prepartum dietary cation-anion difference and source of vitamin
226 D in dairy cows: Lactation performance and energy metabolism. *J. Dairy Sci.* 101, 2544–
227 2562. <https://doi.org/10.3168/jds.2017-13739>
- 228 Msanga, Y.N., Bryant, M.J., Rutam, I.B., Minja, F.N., Zylstra, L., 2000. Effect of
229 Environmental Factors and of the Proportion of Holstein Blood on the Milk Yield and
230 Lactation Length of Crossbred Dairy Cattle on Smallholder Farms in North-east
231 Tanzania. *Trop. Anim. Health Prod.* 32, 23–31. <https://doi.org/10.1023/A:1005288918672>
- 232 PAUL, S.S., MANDAL, A.B., PATHAK, N.N., 2002. Feeding standards for lactating riverine
233 buffaloes in tropical conditions. *J. Dairy Res.* 69, 173–180.
234 <https://doi.org/10.1017/S0022029902005423>
- 235 Pérochon, L., Coulon, J.B., Lescourret, F., 1996. Modelling lactation curves of dairy cows
236 with emphasis on individual variability. *Anim. Sci.* 63, 189–200.
237 <https://doi.org/10.1017/S1357729800014740>
- 238 Sahoo, S.K., 2014. Prediction of Fortnightly Test-Day Milk Yields Using Four Different
239 Lactation Curve Models in Indian Murrah Buffalo. *Adv. Anim. Vet. Sci.* 2, 645–649.
240 <https://doi.org/10.14737/journal.aavs/2014/2.12.645.649>
- 241 Santos, A.S., Silvestre, A.M., 2008. A Study of Lusitano Mare Lactation Curve with Wood's
242 Model. *J. Dairy Sci.* 91, 760–766. <https://doi.org/10.3168/JDS.2007-0057>
- 243 Silva, M.M. de A., Barros, N.A.M.T. de, Rangel, A.H. do N., Fonseca, F. das C.E. da, Júnior,
244 F.V., Júnior, D.M. de L., 2010. PERSISTÊNCIA DA LACTAÇÃO EM BÚFALAS DA
245 RAÇA MURRAH (*Bubalus bubalis*) EXPLORADAS NO AGRESTE DO RIO
246 GRANDE DO NORTE. *Acta Vet. Bras.* 4, 286–293.
247 <https://doi.org/10.21708/AVB.2010.4.4.2019>
- 248 Singh, M., Singh, A., Gupta, A.K., Dash, S.K., Gupta, A., Sahoo, S.K., Dash, S., Shivahre,
249 P.R., 2015. Comparative Evaluation of Different Lactation Curve Models in Prediction
250 of Monthly Test-Day Milk Yields in Murrah Buffaloes. *J. Anim. Res.* 5, 189.
251 <https://doi.org/10.5958/2277-940x.2015.00030.3>
- 252 Sahoo, S.K., Singh, A., Gupta, A.K., Chakravarty, A., Ambhore, G.S., Singh, M., 2016.

- 253 Comparison of Four Different Lactation Curve Models for Prediction of Fortnightly Test
254 Day Milk Yields in First Lactation Rathi Cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 86, 101–103.
255 <https://doi.org/10.5455/ijlr.20190209084959>
- 256 Soysal, M.I., Gurcan, E.K., Aksel, M., Tarihi, G., 2016. The Comparison of Lactation Curve
257 with Different Models in Italian Originated Water Buffalo Herd Raised in Istanbul
258 Province of Turkiye. *J. Tekirdag Agric. Fac.* 13, 13.
- 259 Tedeschi, L.O., 2006. Assessment of the adequacy of mathematical models. *Agric. Syst.* 89,
260 225–247. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2005.11.004>
- 261

262 Tabela 1. Equações avaliadas para estimar a produção de leite de búfalas

Número	Ordem de lactação	Equação
Hossein-Zadeh, 2015		
1	1	$\hat{Y} = 5,42t^{0,0968}e^{-0,001520t}$
2	1	$\hat{Y} = 5,42t^{63,7948}0,001520e^{-0,001520t}$
3	1	$\hat{Y} = 1/0,20 + 0,1258 + 0,000116t^2$
4	1	$\hat{Y} = 7,50e^{-0,000577t}$
5	2	$\hat{Y} = 6,36t^{0,0730}e^{-0,00164t}$
6	2	$\hat{Y} = 6,36t^{44,6320}0,00164e^{-0,00164t}$
7	2	$\hat{Y} = t/0,14 + 0,1176t + 0,00015t^2$
8	3	$\hat{Y} = 6,66t^{0,0764}e^{-0,00178t}$
9	3	$\hat{Y} = 6,66t^{42,9349}0,00178e^{-0,00178t}$
10	3	$\hat{Y} = t/0,14 + 0,1105t + 0,00016t^2$
11	3	$\hat{Y} = 8,56e^{-0,0010t}$
12	3	$\hat{Y} = 7,84e^{0,0037(1-e^{-0,00866t})/0,00866-0,0023t}$
Dezfuli & Babaei, 2018		
13	2	$\hat{Y} = 4,28t^{0,203}e^{-0,0024t}$
14	3	$\hat{Y} = 4,098t^{0,2237}e^{-0,00274t}$
15	3	$\hat{Y} = 9,47 - 4,627e^{-0,05t-0,0082t}$
16	4	$\hat{Y} = 3,66t^{0,2641}e^{-0,00328t}$
17	4	$\hat{Y} = 9,85 - 5,615e^{-0,05t} - 0,0102t$
18	5	$\hat{Y} = 4,52t^{0,2074}e^{-0,00264t}$
19	5	$\hat{Y} = 9,86 - 4,689e^{-0,05t} - 0,0089t$
20	6	$\hat{Y} = 4,4351t^{0,2055}e^{-0,00237t}$
21	6	$\hat{Y} = 9,63 - 4,522e^{-0,05t} - 0,0066t$
22	7	$\hat{Y} = 4,33t^{0,224}e^{-0,00279t}$
23	7	$\hat{Y} = 10,05 - 5,061e^{-0,05t} - 0,009t$
24	8	$\hat{Y} = 10,11 - 5,32e^{-0,05t} - 0,0072t$
25	9	$\hat{Y} = 4,3008t^{0,2308}e^{-0,00283t}$
36	9	$\hat{Y} = 10,25 - 5,33e^{-0,05t} - 0,0092t$
27	9	$\hat{Y} = 1/0,0872 + 0,641t^{-1} + 0,000142t$
28	10	$\hat{Y} = 4,78t^{0,1904}e^{-0,00233t}$
29	10	$\hat{Y} = 9,84 - 4,52e^{-0,05t} - 0,0077t$
30	10	$\hat{Y} = 2,2 - 0,70t^{0,5} + 3\ln(t)$
31	10	$\hat{Y} = 1/0,093 + 0,557t^{-1} + 0,000124t$

263 $\hat{Y}$ = produção de leite predita; t = tempo de lactação em dias.

265 Tabela 2. Médias dos valores observados e estimados para produção de leite dos conjuntos de
 266 dados geral, múltíparas e primíparas

	Geral			Múltíparas			Primíparas		
Eq.	Média	Máxima	Mínima	Média	Máxima	Mínima	Média	Máxima	Mínima
Obs.	7.46	16.80	2.00	7.89	16.80	2.00	7.38	16.60	2.00
1	6.91	7.36	5.93	6.91	7.36	5.93	6.87	7.36	5.93
2	6.91	7.36	5.94	6.91	7.36	5.94	6.88	7.36	5.94
3	6.92	7.38	6.18	6.92	7.38	6.18	6.89	7.38	6.18
4	6.93	7.47	6.29	6.93	7.47	6.29	6.90	7.47	6.29
5	7.38	7.89	6.30	7.38	7.89	6.30	7.33	7.89	6.30
6	7.15	7.81	5.86	7.15	7.81	5.86	7.10	7.81	5.86
7	7.16	7.89	6.10	7.15	7.89	6.10	7.11	7.89	6.10
8	7.46	8.22	5.99	7.46	8.22	5.99	7.39	8.22	5.99
9	7.90	8.63	6.43	7.90	8.63	6.43	7.84	8.63	6.43
10	7.47	8.34	6.26	7.46	8.34	6.26	7.41	8.34	6.26
11	7.47	8.51	6.31	7.47	8.51	6.31	7.41	8.51	6.31
12	7.46	8.12	5.78	7.46	8.12	5.78	7.39	8.12	5.78
13	7.94	8.60	6.07	7.94	8.60	6.07	7.90	8.60	6.07
14	8.00	8.77	6.02	8.00	8.77	6.02	7.95	8.77	6.02
15	8.06	8.76	5.99	8.06	8.76	5.99	8.03	8.76	5.99
16	8.02	8.96	5.76	8.02	8.96	5.76	7.96	8.96	5.76
17	8.10	8.97	5.63	8.10	8.97	5.63	8.07	8.97	5.63
18	8.33	9.11	6.45	8.33	9.11	6.45	8.28	9.11	6.45
19	8.35	9.10	6.33	8.35	9.10	6.33	8.32	9.10	6.33
20	8.36	9.03	6.32	8.36	9.03	6.32	8.32	9.03	6.32
21	8.45	9.03	6.24	8.45	9.03	6.24	8.43	9.03	6.24
22	8.40	9.24	6.36	8.41	9.24	6.36	8.35	9.24	6.36
23	8.95	9.72	6.70	8.95	9.72	6.70	8.92	9.72	6.70
24	8.80	9.45	6.13	8.80	9.45	6.13	8.79	9.45	6.13
25	8.57	9.43	6.39	8.57	9.43	6.39	8.52	9.43	6.39
36	8.66	9.45	6.25	8.66	9.45	6.25	8.63	9.45	6.25
27	8.66	9.41	5.13	8.66	9.41	5.13	8.64	9.41	5.13
28	8.44	9.14	6.63	8.44	9.14	6.63	8.40	9.14	6.63
29	8.50	9.17	6.45	8.51	9.17	6.45	8.48	9.17	6.45
30	8.41	9.09	5.86	8.41	9.09	5.86	8.38	9.09	5.86
31	8.49	9.12	5.36	8.49	9.12	5.36	8.47	9.12	5.36

267

268

269 Tabela 3. Desempenho das equações do conjunto de dados gerais

Eq.	r_c	R^2	MSEP	RMSEP	ECT%	ER%	ED%	Cb	CCC
1	0.44	0.20	8.36	2.89	0.04	0.10	0.86	0.25	0.11
2	0.44	0.20	8.35	2.89	0.04	0.10	0.86	0.25	0.11
3	0.46	0.21	8.40	2.90	0.03	0.12	0.84	0.22	0.10
4	0.42	0.17	8.53	2.92	0.03	0.10	0.87	0.20	0.08
5	0.45	0.20	7.94	2.82	0.00	0.10	0.90	0.29	0.13
6	0.45	0.20	7.84	2.80	0.01	0.08	0.91	0.35	0.16
7	0.45	0.20	7.91	2.81	0.01	0.08	0.91	0.33	0.15
8	0.45	0.20	7.62	2.76	0.00	0.06	0.94	0.42	0.19
9	0.45	0.20	7.84	2.80	0.03	0.07	0.91	0.43	0.20
10	0.44	0.20	7.69	2.77	0.00	0.06	0.94	0.40	0.18
11	0.41	0.17	7.82	2.80	0.00	0.05	0.95	0.39	0.16
12	0.44	0.19	7.64	2.76	0.00	0.05	0.95	0.43	0.19
13	0.36	0.13	8.26	2.87	0.03	0.03	0.94	0.41	0.15
14	0.38	0.14	8.16	2.86	0.04	0.02	0.94	0.48	0.18
15	0.37	0.13	8.39	2.90	0.04	0.03	0.92	0.40	0.15
16	0.39	0.15	8.04	2.84	0.04	0.01	0.95	0.57	0.22
17	0.37	0.14	8.29	2.88	0.05	0.02	0.93	0.50	0.19
18	0.39	0.15	8.59	2.93	0.09	0.03	0.89	0.51	0.20
19	0.38	0.15	8.72	2.95	0.09	0.03	0.88	0.45	0.17
20	0.34	0.12	8.88	2.98	0.09	0.02	0.89	0.45	0.16
21	0.31	0.10	9.25	3.04	0.11	0.02	0.88	0.38	0.12
22	0.39	0.15	8.68	2.95	0.10	0.02	0.88	0.55	0.21
23	0.37	0.14	10.20	3.19	0.22	0.02	0.76	0.51	0.19
24	0.28	0.08	10.10	3.18	0.18	0.01	0.82	0.47	0.13
25	0.38	0.14	9.04	3.01	0.14	0.02	0.85	0.58	0.22
36	0.36	0.13	9.42	3.07	0.15	0.02	0.83	0.50	0.18
27	0.34	0.12	9.46	3.08	0.15	0.01	0.84	0.52	0.18
28	0.38	0.14	8.90	2.98	0.11	0.03	0.86	0.47	0.18
29	0.36	0.13	9.18	3.03	0.12	0.03	0.85	0.41	0.15
30	0.37	0.14	8.89	2.98	0.10	0.03	0.87	0.45	0.17
31	0.34	0.12	9.18	3.03	0.12	0.02	0.86	0.43	0.15

270 MSEP = Erro Quadrático Médio de Predição (menor é melhor); RMSEP = Raiz do Erro Quadrático Médio de
271 previsão (menor é melhor); ECT% = Erro devido ao viés geral de predição como porcentagem do Erro Quadrático
272 Médio de Predição (MSEP) (menor é melhor); ER% = Erro devido ao desvio da inclinação de regressão como
273 porcentagem do MSPE (menor é melhor); ED% = Erro aleatório como porcentagem de MSPE (maior é melhor);
274 R^2 = Coeficiente de determinação (maior é melhor); r_c = Coeficiente de correlação (próximo de 1 é melhor); Cb =
275 Fator de correção de viés (maior é melhor); CCC = Coeficiente de Correlação de Concordância (maior é melhor).

Tabela 4. Desempenho das equações do conjunto de dados para múltiparas

Eq.	r_c	R^2	MSEP	RMSEP	ECT%	ER%	ED%	C_b	CCC
1	0.49	0.24	9.55	3.09	0.10	0.13	0.77	0.23	0.11
2	0.49	0.24	9.54	3.09	0.10	0.13	0.77	0.23	0.11
3	0.50	0.25	9.59	3.10	0.10	0.15	0.75	0.20	0.10
4	0.47	0.22	9.73	3.12	0.10	0.13	0.78	0.19	0.09
5	0.50	0.25	8.70	2.95	0.03	0.14	0.83	0.27	0.13
6	0.50	0.25	8.76	2.96	0.06	0.11	0.83	0.32	0.16
7	0.49	0.24	8.83	2.97	0.06	0.11	0.82	0.30	0.15
8	0.50	0.25	8.23	2.87	0.02	0.10	0.88	0.38	0.19
9	0.50	0.25	8.08	2.84	0.00	0.10	0.90	0.39	0.20
10	0.49	0.24	8.31	2.88	0.02	0.10	0.88	0.36	0.18
11	0.46	0.22	8.44	2.91	0.02	0.08	0.90	0.35	0.16
12	0.49	0.24	8.24	2.87	0.02	0.08	0.89	0.39	0.19
13	0.39	0.15	8.55	2.92	0.00	0.04	0.96	0.37	0.15
14	0.41	0.17	8.36	2.89	0.00	0.04	0.96	0.43	0.18
15	0.40	0.16	8.58	2.93	0.00	0.05	0.95	0.36	0.14
16	0.42	0.18	8.18	2.86	0.00	0.03	0.97	0.51	0.21
17	0.40	0.16	8.41	2.90	0.01	0.04	0.96	0.44	0.18
18	0.42	0.18	8.49	2.91	0.02	0.05	0.93	0.45	0.19
19	0.42	0.17	8.65	2.94	0.02	0.05	0.92	0.40	0.17
20	0.37	0.14	8.82	2.97	0.03	0.03	0.94	0.41	0.15
21	0.33	0.11	9.17	3.03	0.03	0.03	0.94	0.34	0.11
22	0.42	0.18	8.52	2.92	0.03	0.04	0.93	0.49	0.21
23	0.40	0.16	9.61	3.10	0.12	0.04	0.84	0.45	0.18
24	0.30	0.09	9.71	3.12	0.09	0.01	0.90	0.41	0.12
25	0.41	0.17	8.73	2.96	0.05	0.03	0.92	0.52	0.21
36	0.39	0.15	9.09	3.01	0.07	0.03	0.90	0.45	0.17
27	0.37	0.14	9.14	3.02	0.06	0.03	0.91	0.46	0.17
28	0.41	0.17	8.74	2.96	0.04	0.05	0.92	0.42	0.17
29	0.39	0.15	9.01	3.00	0.04	0.05	0.91	0.37	0.14
30	0.40	0.16	8.77	2.96	0.03	0.05	0.92	0.41	0.16
31	0.37	0.14	9.02	3.00	0.04	0.04	0.92	0.38	0.14

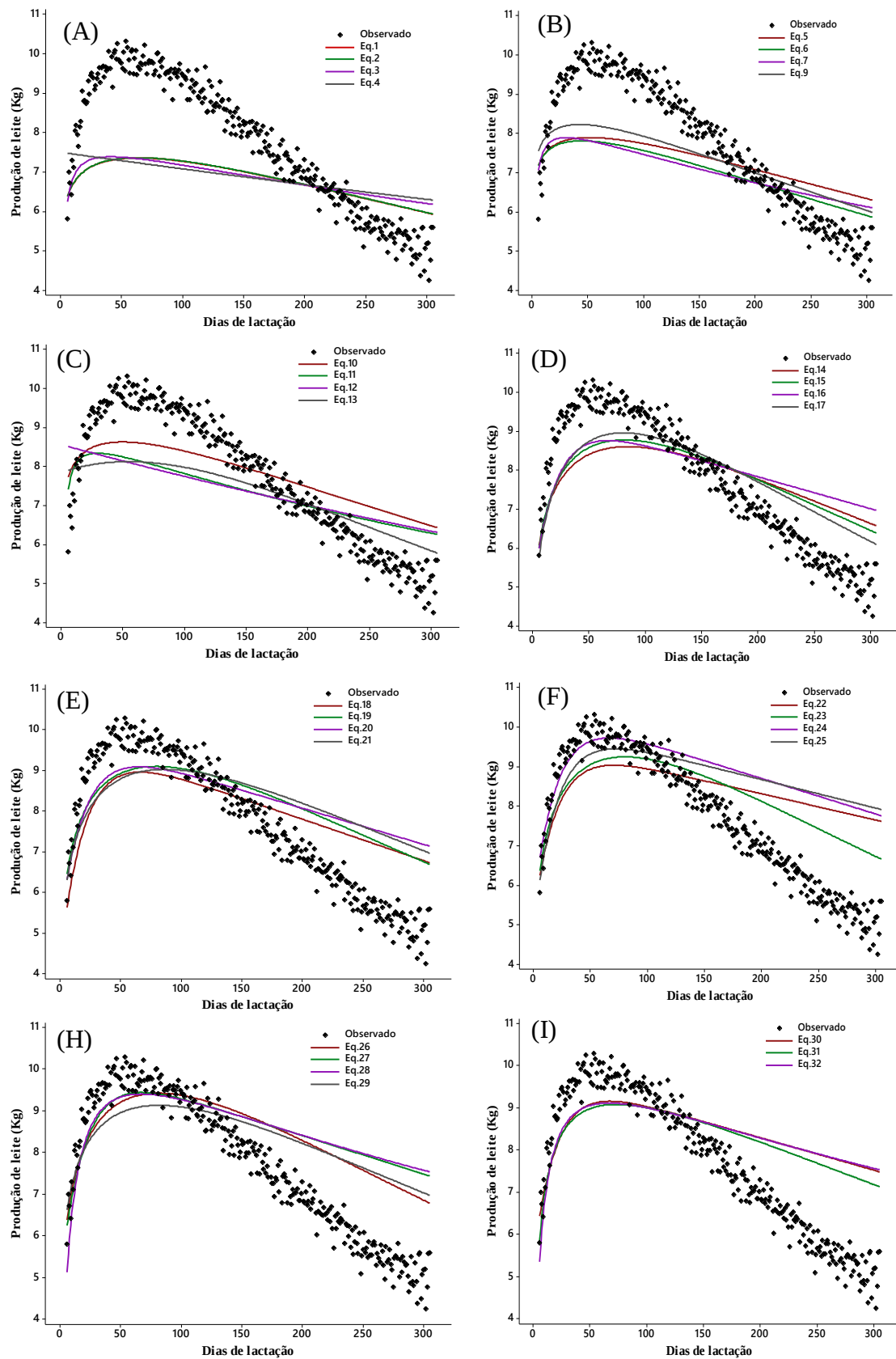
MSEP = Erro Quadrático Médio de Predição (menor é melhor); RMSEP = Raiz do Erro Quadrático Médio de previsão (menor é melhor); ECT% = Erro devido ao viés geral de predição como porcentagem do Erro Quadrático Médio de Predição (MSEP) (menor é melhor); ER% = Erro devido ao desvio da inclinação de regressão como porcentagem do MSEP (menor é melhor); ED% = Erro aleatório como porcentagem de MSEP (maior é melhor); R^2 = Coeficiente de determinação (maior é melhor); r_c = Coeficiente de correlação (próximo de 1 é melhor); C_b = Fator de correção de viés (maior é melhor); CCC = Coeficiente de Correlação de Concordância (maior é melhor).

1 Tabela 5. Desempenho das equações do conjunto de dados para primíparas

Eq.	r_c	R^2	MSEP	RMSEP	ECT%	ER%	ED%	C_b	CCC
1	0.39	0.15	6.58	2.57	0.04	0.05	0.91	0.29	0.11
2	0.39	0.15	6.58	2.56	0.04	0.06	0.91	0.29	0.11
3	0.36	0.13	6.68	2.58	0.04	0.05	0.91	0.26	0.09
4	0.30	0.09	6.83	2.61	0.03	0.03	0.93	0.23	0.07
5	0.37	0.14	6.30	2.51	0.00	0.04	0.96	0.35	0.13
6	0.36	0.13	6.32	2.51	0.01	0.02	0.97	0.41	0.15
7	0.33	0.11	6.42	2.53	0.01	0.02	0.97	0.38	0.13
8	0.35	0.13	6.20	2.49	0.00	0.01	0.99	0.49	0.17
9	0.33	0.11	6.31	2.51	0.00	0.01	0.99	0.46	0.15
11	0.30	0.09	6.43	2.53	0.00	0.00	1.00	0.45	0.13
12	0.36	0.13	6.17	2.48	0.00	0.01	0.99	0.51	0.18
13	0.39	0.15	6.40	2.53	0.04	0.03	0.93	0.48	0.19
14	0.39	0.16	6.36	2.52	0.05	0.02	0.93	0.56	0.22
15	0.39	0.15	6.58	2.57	0.06	0.03	0.90	0.46	0.18
16	0.39	0.16	6.29	2.51	0.05	0.01	0.94	0.66	0.26
17	0.39	0.15	6.52	2.55	0.07	0.02	0.91	0.57	0.22
18	0.40	0.16	6.84	2.62	0.12	0.02	0.87	0.61	0.24
19	0.39	0.16	6.99	2.64	0.13	0.03	0.85	0.52	0.21
20	0.39	0.15	7.02	2.65	0.13	0.02	0.85	0.54	0.21
21	0.37	0.14	7.40	2.72	0.15	0.03	0.82	0.43	0.16
22	0.39	0.16	6.94	2.63	0.14	0.01	0.85	0.66	0.26
23	0.39	0.15	8.49	2.91	0.28	0.02	0.70	0.61	0.24
24	0.36	0.13	8.24	2.87	0.24	0.02	0.74	0.52	0.19
25	0.39	0.16	7.29	2.70	0.18	0.01	0.81	0.70	0.28
36	0.39	0.15	7.66	2.77	0.20	0.02	0.78	0.59	0.23
27	0.38	0.14	7.70	2.78	0.20	0.02	0.78	0.59	0.22
28	0.39	0.15	7.13	2.67	0.15	0.02	0.83	0.56	0.22
29	0.39	0.15	7.41	2.72	0.16	0.03	0.80	0.48	0.19
30	0.39	0.15	7.12	2.67	0.14	0.03	0.83	0.53	0.21
31	0.38	0.14	7.41	2.72	0.16	0.03	0.81	0.48	0.18

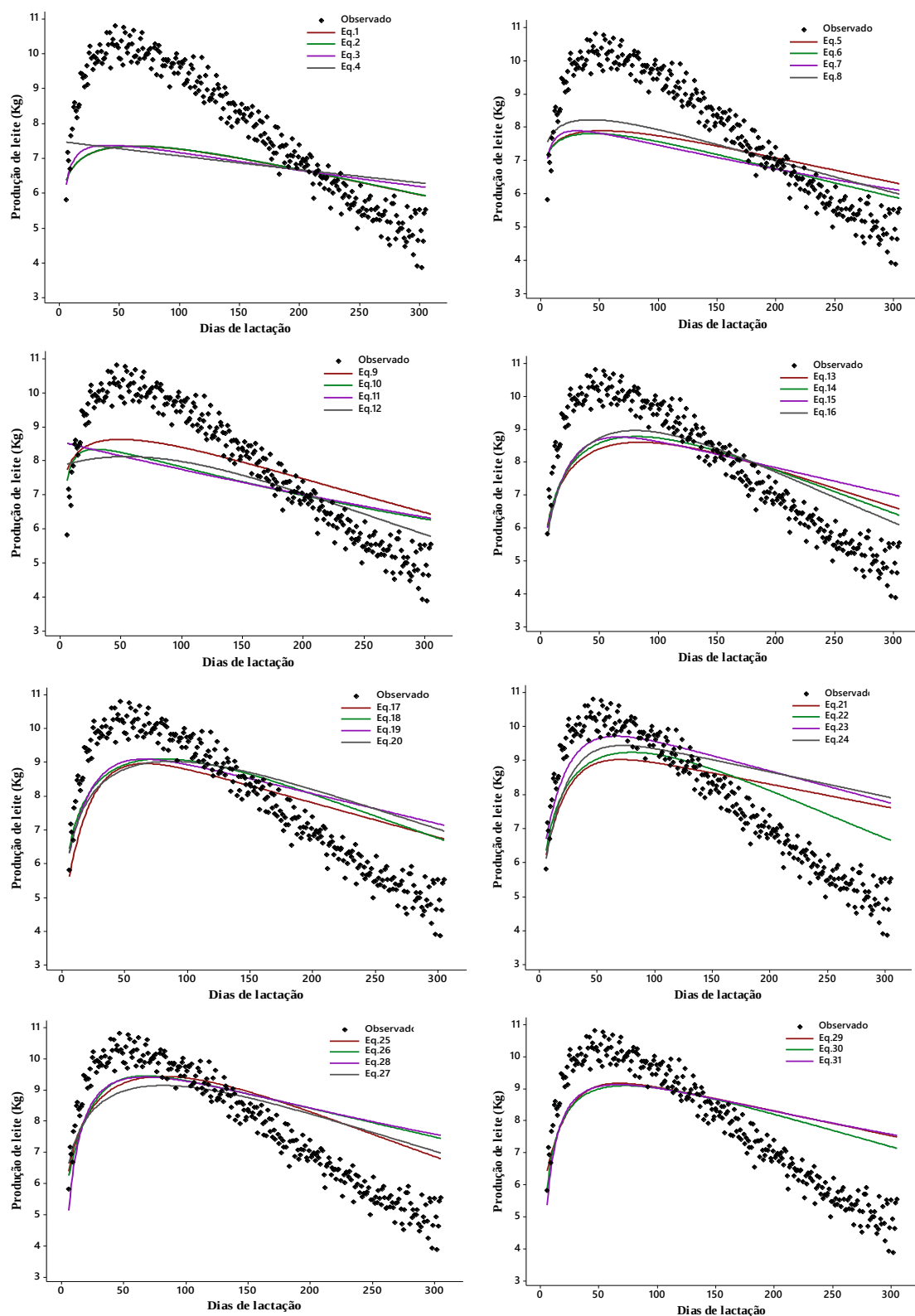
2 MSEP = Erro Quadrático Médio de Predição (menor é melhor); RMSEP = Raiz do Erro Quadrático Médio
3 de previsão (menor é melhor); ECT% = Erro devido ao viés geral de predição como porcentagem do Erro
4 Quadrático Médio de Predição (MSEP) (menor é melhor); ER% = Erro devido ao desvio da inclinação de
5 regressão como porcentagem do MSPE (menor é melhor); ED% = Erro aleatório como porcentagem de
6 MSEP (maior é melhor); R^2 = Coeficiente de determinação (maior é melhor); r_c = Coeficiente de correlação
7 (próximo de 1 é melhor); C_b = Fator de correção de viés (maior é melhor); CCC = Coeficiente de Correlação
8 de Concordância (maior é melhor).

9
10

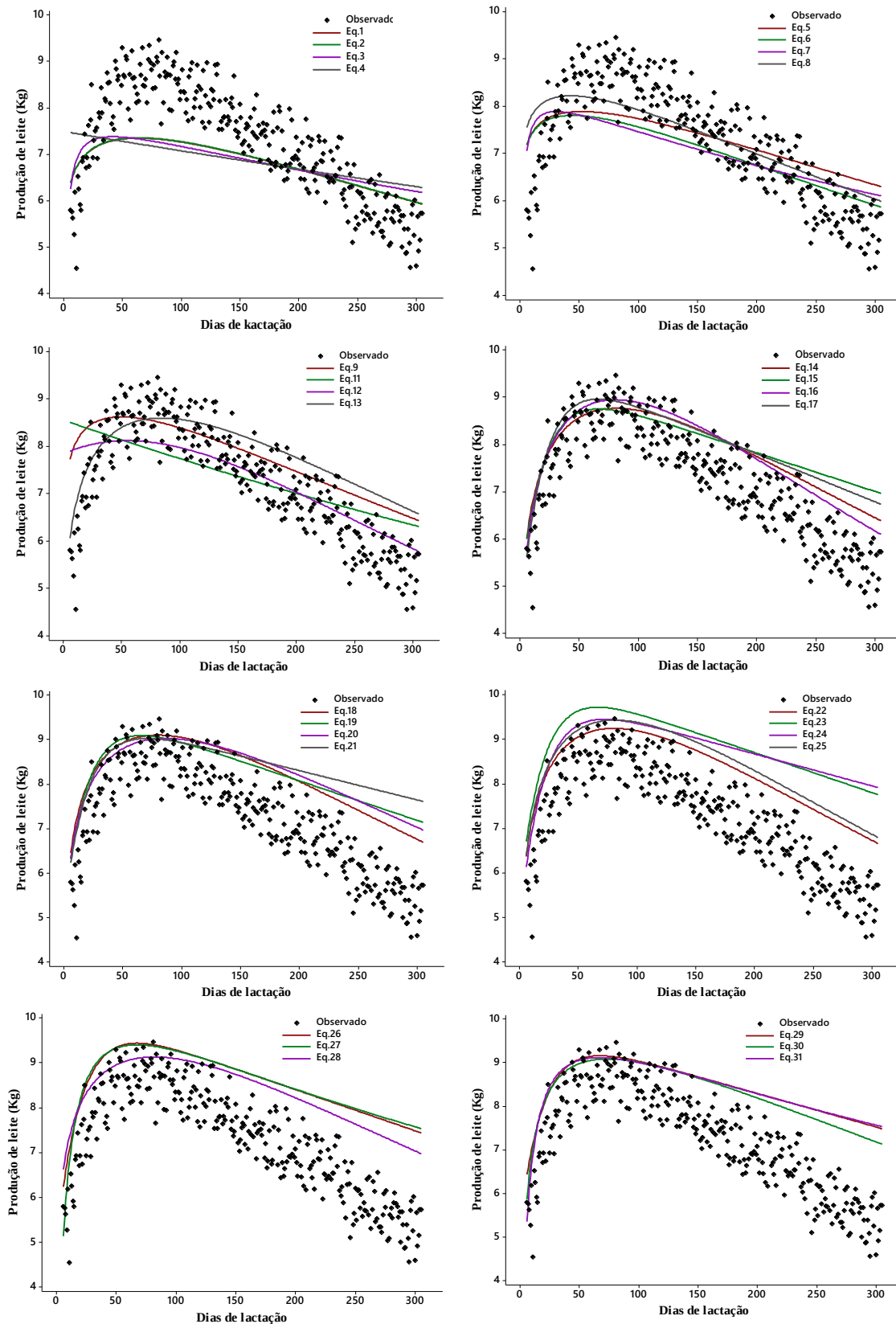


11

12 Figura 1. Curvas de lactação observadas e previstas do conjunto de dados geral.



13 Figura 2. Curvas de lactação observadas e previstas do conjunto de dados das múltiparas.



14

15

Figura 3. Curvas de lactação observadas e previstas do conjunto de dados das primíparas.